

23) VEZA ODREDJENOG INTEGRALA I PRIMITIVNE FJE – NJUTN – LAJBNICOVA

FORMULA. TEOREMA: AKO JE FJA F INTEGRABILNA NA SEGMENTU [A,B] I IMA NA TOM SEGMENTU PRIMITIVNU FJU F, TADA JE

ò

A
B

F(X) DX = F(B) – F(A). PIŠE SE

ò

A
B

F(X) DX = F(X)

1/2

A
B

=

F(B) – F(A). NEKA SU U I V DVE DIFERENCIJABILNE FJE NA

[
A,B

]

TADA JE

ò

A
B

U DV = UV

1/2

A
B

-

ò

A
B

V

DU.

24) METODE IZRAČUNAVANJA ODREDJENOG INTEGRALA. METODA PRAVOUGAONIKA BAZIRA DIREKTNO NA DEFINICIJI POJMA ODREDJENOG INTEGRALA. ZA

APROKSIMATIVNE VREDNOSTI ODREDJ. INT. MOŽEMO UZETI:

ò

A
B

$\int_a^b f(x) dx$

»

$(b-a)/N$

[
 $f(a) + f(x_1) + \dots + f(x_{N-1}) + f(b)$
 $\cdot \Delta x$
]

)

]

, ILI

ò

A
B

$\int_a^b f(x) dx$

»

$(b-a)/N$

[
 $f(x_1) + \dots + f(x_{N-1}) + f(b)$
 $\cdot \Delta x$
]

Δx

) + f(b)

]

. KOD

TRAPEZNE METODE

UMESTO PRAVOUGAONIKA ZA APROKSIMACIJU KORISTIMO TRAPEZE. DEO
 KRIVOLONIJSKOG TRAPEZA AABB IZMEDJU PRAVIH

$x = x_{i-1}$ I $x = x_i$ ZAMENJUJEMO TRAPEZOM OSNOVICA $f(x_{i-1})$ I $f(x_i)$ I VISINOM $x_i - x_{i-1}$, TAKO DA JE

ò

A
B

$\int_a^b f(x) dx$

»

à

$i = 1, N$

$(F(X_i - 1) + F(X_i) / 2) (X_i - X_{i-1})$. AKO JE SEGMENT

[
A, B
]

PONOVO PODELJEN NA N JEDNAKIH DELOVA $H = (B - A) / N$, GORNJA FORMULA DOBIJA OBLIK.

ò
A
B

$F(X) DX$
»

$(B - A) / N$
[
 $F(A) + F(B) / 2 +$
å
 $\sum_{i=1}^{N-1} F(X_i)$
]

. KOD
METODE PARABOLE
POVRŠINU KRIVOLINIJSKOG TRAPEZA KRIVE F NAD SEGMENTOM

[
 X^{2K-2}, X^{2K}
]
ZAMENJUJEMO POVRŠINOM KRIVOLINIJSKOG TRAPEZA PARABOLE $Y = A$

K
 X
 2
 $+ B$
 K
 $X + C$
 K

NAD ISTIM SEGMENTOM. DOBIJAMO FORMULU:

ò
A
B

$F(X) DX$
»

$(B - A) / 6N$
[
 $F(A) + F(B) + 4$

â

$$I = 1, N F(X^{2K} - 1) + 2$$

â

$$I = 1, N F(X^{2K})$$

]

. TO JE SIMPSONOVA F – LA.

25) IZRAČUNAVANJE DUŽINE LUKA KRIVE, POVRŠINE I ZAPREMI NE ROTACIONOG TELA. ZAPREMINA TELA NASTALOG ROTACIJOM TRAPEZA AABB OKO 0X OSE IZRAČUNAVA SE POMOĆU F – LE: $V = \int_a^b F(X)^2 DX$. DUŽINA LUKA AB KRIVE F DATA JE, U DEKARTOVIM I U POLARNIM KOORDINATAMA, REDOM SA L =

ò

A

B

Ö

$$1 + F'(X)$$

2

$$DX, L =$$

ò

a

b

Ö

R

2

$$+ R'$$

2

D

j

. POVRŠINA POVRŠI NASTALE ROTACIJOM LUKA AB OKO 0X OSE DATA JE SA P = 2

p

ò

A

B

|

$$F(X)$$

|

Ö

$$1 + F'(X)$$

2

DX.

26) UOPŠTENI INTEGRAL. POJAM ODREDJENOG INTEGRALA MOŽE SE UOPŠTITI: POSMATRAJMO FJU F DEFINISANU NA POLUSEGMENTU $[A, B)$, ZA KOJI VAŽI: 1) F – JA F JE INTEGRABILNA NA PROIZVOLJNOM SEGMENTU

$[A, T]$, GDE JE T

$< B$, 2) F- JA F JE NEOGRANIČENA U OKOLINI TAČKE B ILI JE $B = \infty$. AKO POSTOJI KONAČNA GRANIČNA VREDNOST $\lim_{T \rightarrow B} \int_A^T f(x) dx$

$\lim_{T \rightarrow B} \int_A^T f(x) dx$, UZIMAMO DA JE $I = \lim_{T \rightarrow B} \int_A^T f(x) dx$

$\lim_{T \rightarrow B} \int_A^T f(x) dx = I$

$\int_A^B f(x) dx$, I KAŽEMO DA JE INTEGRAL I KONVERGENTAN. U PROTIVNOM KAŽEMO DA JE INT. I DIVERGIRA. OVAKVI INTEGRALI NAZIVAJU SE UOPŠTENI (NEOSVOJIVI) INTEGRALI. ANALOGNO SE DEFINIŠU UOPŠT INTEGRALI ZA DONJU GRANICU ILI ZA OBE GRANICE. PR:

$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx$
 $\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^+} \int_t^b f(x) dx$
 $\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \lim_{s \rightarrow a^+} \int_t^s f(x) dx$

$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C$

-
 $\neq$
 $+$
 $\neq$

 $=$
 p
 $/2 - (-$
 p
 $/2) =$
 p
 $.$

27) POJAM DIFERENCIJALNE J – NE, PARTIKULARNOG I OPŠTEG REŠENJE SA GEOMETRIJS INTERPRETACIJOM. JNA U KOJOJ SE PORED ARGUMENATA I NEPOZNATE FJE POJAVLJUJU I IZVODI TE FJE NAZIVA SE DIFERENCIJALNA JEDNAČINA. DIF. JNA SA JEDNIM SRGUMENTOM NAZIVA SE OBIČNA DIF- JNA, A JEDNAČINA SA VIŠE ARGUMENATA NAZIVA SE PARCIJALNA

DIF- JNA. POD REDOM DIF. JNE PODRAZUMEVAMO NAJVIŠI RED IZVODA KOJI SE POJAVLJUJU U TOJ JNI. OPŠTI OBLIK DIF. JNE N – TOG REDA JE: $F (X, Y, Y', ..., Y^{(N)}$

$) = 0$, GDE JE $Y = Y(X)$. SVAKA F- JA $Y : X$

®
 $Y(X)$ KOJA ZADOVOLJAVA DIF. JNU TJ. KOJA ZAMENOM $Y(X)$ U DIF. JNI SVODI OVU NA IDENTITET, NAZIVA SE REŠENJE (INTEGRAL) DIF. JNE. FJA Y JE DEFINISANA RELACIJOM $G(X,Y, C_1,C_2,...,C_N) = 0$, I ZADOVOLJAVA JNU $F (X, Y, Y', ..., Y^{(N)}$

$) = 0$, I KAŽEMO DA JE ONA OPŠTE RNJE TE JNE. RNJE DIF. J – NE KOJE SE DOBIJA IZ OPŠTEG RNJA NA TAJ NAČIN ŠTO SE KONSTANTAMA C_i DAJU FIKSNE VREDNOSTI C

I
 0

,

1
 $\pounds$
 I
 $\pounds$

N NAZIVA SE PARTIKULARNO RNJE DIF. JNE. PARTIKULARNO RNJE DIF. JNE $F (X, Y, Y', ..., Y^{(N)}$

(N)

) = 0 BIĆE FJA Y ODREDJENA VEZOM $G(X, Y, C$

1
0

,C

2
0

,...,C

N
0

) = 0. POSTOJE REŠENJA DIF. J – NE KOJA SE NE MOGU DOBITI IZ OPŠTEG RNJA DAVANJEM KOONSTANTAMA ODREDJENIH VREDNOSTI. TAKVA REŠENJA SE NAZIVAJU SINGULARNA RNJA. GEOMETRIJSKI, SVAKO RNJE NEKE DIF. JNE PREDSTAVLJA KRIVU U DEKARTOVOM PRAVOUGLOM KOORDINATNOM SISTEMU. STOGA SE RNJE DIF. JNE ČESTO NAZIVA I INTEGRALNA KRIVA. OPŠTE RNJE DIF. JNE PREDSTAVLJA SKUP (FAMILIJU) INTERALNIH KRIVIH, PRI ČEMU KROZ SVAKU TAČKU RAVNI PROLAZI NE VIŠE OD JEDNE KRIVE TE FAMILIJE.

28) DIF. JNA KOJA RAZDVAJA PROMENLJIVE I HOMOGENA DIF. JNA. NAJJEDNOSTAVNI JA DIF. JNA IMA OBLIK $Y' = F(X)$, GDE JE F NEPREKIDNA FJA. NJENO RNJE DATO JE SA $Y = \int F(X) DX + C$.

AKO JE U DIF. JNI $Y' = F(X, Y)$, F – JA F TAKVA DA JE $F(X, Y) = G(X) / H(Y)$, GDE SU G I H FJE JEDNOG ARGUMENTA ONDA JE $H(Y) DY = G(X) DX$. U SLUČAJU KADA SE JNA $Y' = F(X, Y)$ MOŽE NAPISATI U OBLIKU $H(Y) DY = G(X) DX$, KAŽEMO DA SU U NJOJ PROMENLJIVE RAZDVOJENE. IZ JNE $H(Y) DY = G(X) DX$ SE VIDI DA SE PRIMITIVNE FJE FJA G I H RAZLIKUJU SAMO ZA PROIZVOLJNU KONSTANTU C, TJ.

ò
 $H(Y) DY =$

ò

$G(X) DX + C$. TO JE OPŠTE RNJE JNE $H(Y) DY = G(X) DX$. NA OBLIK $H(Y) DY = G(X) DX$ MOŽE SE DOVESTI I DIF- JNA OBLIKA $P_1(X) Q_1(Y) DX + P_2(X) Q_2(Y) DY = 0$. AKO JE $P_2(X)$

1

0 I $Q_1(Y)$

1

0 IMAMO $(Q_2(Y) / Q_1(Y)) DY = (- P_1(X)$

$/ P_2(X)) DX$. DIF- JNA OBLIKA $Y' = F(Y / X)$, NAZIVA SE HOMOGENA DIF- JNA. DA BI REŠILI OVU JNU UVODIMO SMENU $Y = XU$, GDE JE U NOVA FJA. IMAMO $Y' = U + XU'$, TE J – NA $Y' = F(Y / X)$ DOBIJA OBLIK : $U + XU' = F(U)$, TJ. $X DU =$

[
 $\frac{1}{2}$
 $F(U) - U$
 $\frac{1}{2}$
 DX . U OVOJ JNI PROMENLJIVE SE

MOGU RAZDVOJITI AKO JE $F(U)$

$\frac{1}{2}$
 U , TE DOBIJAMO $DU / (F(U) - U) = DX / X$. INTEGRACIJA OVE JNE DAJE

$\frac{1}{2}$
 $DU / (F(U) - U) = \log$

$\frac{1}{2}$
 X
 $\frac{1}{2}$
 $-\log C$. TJ. $X = C G(U)$. VRAĆANJEM U PRVOBITNU FJU Y DOBIJAMO ZA OPŠTE RNJE
 JNE

$Y' = F(Y/X)$ IZRAZ $X = C G(Y/X)$. AKO JE $F(U) = U$ ONDA SU $U Y' = F(Y/X)$
 PROMENLJIVE VEĆ RAZDVOJENE. DIF. JNA OBLIKA $Y' = F(AX + BY + C / AX + BY + C)$
 MOŽE SE SVESTI NA JNU $Y' = F(Y/X)$.

29) LINEARNA DIF. J – NA I REDA. DIF. JNA OBLIKA $A_0(X) Y' + A_1(X) Y + A_2(X) = 0$, GDE
 SU $A_i, i = 0,1,2$ DATE FJE, NAZIVA SE LINEARNA DIF. JNA. DELJENJEM

JNE A

$\frac{0}{1}$
 $(X) Y' + A$

$\frac{1}{2}$
 $(X) Y + A$

$\frac{2}{1}$
 $(X) = 0$ SA A

$\frac{0}{1}$
 $\frac{1}{2}$
 0 DOBIJAMO EKVIVALEN JNU JEDNOSTAVNIJEG OBLIKA $Y' + PY + Q = 0$, GDE JE $P =$
 $P(X) = A_1(X) / A_0(X)$, $Q = Q(X) = A_2(X) / A_0(X)$. NEKA SU U I V DVE DIFERNCIJABILNE FJE
 SRGUMENTA X . FJE U I V ODREDIĆEMO TAKO DA $Y = UV$

BUDE RNJE JNE $Y' + PY + Q = 0$. IZ $Y = UV$

DOBIJAMO $Y' = U' V + U V'$. ZAMENJUJUĆI Y I Y'

DOBIJAMO $U'V + UV' + PUV + Q = 0$ ILI $U'V + U(V' + PV) + Q = 0$. ODREDIMO FJU TAKO DA BUDE $V' + PV = 0$. TADA SE JNA $U'V + U(V' + PV) + Q = 0$ SVODI

NA $U'V + Q = 0$. IZ JNE $V' + PV = 0$ DOBIJAMO REDOM $DV/V = -PDX$, LOG

$\frac{1}{2}$

V

$\frac{1}{2}$

$= -$

∂

$PDX, V = E$

$-$

∂

PDX

$= \exp(-$

∂

$PDX)$. AKO ZAMENIMO POSLEDNJU JEDNAČINU U $U'V + Q = 0$ DOBIJAMO JNU

$U' \exp(-$

∂

$PDX) + Q = 0$, TJ. $DU = -Q(\exp$

∂

$PDX)DX$. INTEGRACIJOM DOBIJAMO $U = C -$

∂

QE

∂

PDX

DX . ZAMENOM U I V IZ PRETHODNIH JEDNAČINA U $Y = UV$

DOBIJAMO OPŠTE REŠENJE LINEARNE DIF. JNE $Y' + PY + Q = 0$ U OBLIKU $Y = E$

$-$

∂

PDX

$(C -$

∂

QE

∂

PDX

$DX)$. MOŽE SE NAPISATI I U OBLIKU $Y = CF_1(X) + F_2(X)$, TJ. KAO LINEARNA FJA INTEGRACIONE KONSTANTE.

30) BERNULIJEVA DIF. JNA. DIF. JNA OBLIKA $A_0(X) Y' + A_1(X) Y + A_2(X) Y^R = 0$, $R \neq 0$ ILI JEDNOSTAVNIJE $Y' + PY + QY^R$

$R \neq 0$ NAZIVA SE BERNULIJEVA DIF. JNA. ZA $R = 0$ ILI $R = 1$ JNA $Y' + PY + QY$

$R = 0$ POSTAJE LINEARNA JNA. AKO JE $R = 1$

$0 \neq R$

1 UVODIMO SMENU $Y = Z^K$

, GDE JE Z NOVA NEPOZNATA FJA, A K KONSTANTA. TADA IMAMO $Y' = KZ^{K-1} Z'$

$Z' + PY + QY^R$

$= 0$ POSTAJE $KZ^{K-1} Z' + PZ^K + QZ^{KR}$

$Z' + PZ + QZ^K$

$+ QZ^K$

$= 0$, TJ. $Z' + (1/K) PZ + (1/K) QZ^K$

$= 0$. AKO UZMEMO DA JE $K = 1/(1 - R)$, TADA PRETHODNA JNA GLASI $Z' + (1/K) PZ + (1/K) Q = 0$, A TO JE LINEARNA DIF. JNA. OPŠTE REŠENJE JNE $Z' + (1/K) PZ + (1/K) Q = 0$ IMA OBLIK $Z = CF_1(X) + F_2(X)$, GDE JE C PROIZVOLJNA KONSTANTA I GDE SU F_1 I F_2 ODREĐENE FJE. OPŠTE REŠENJE BERNULIJEVE JNE MOŽE SE IZRAZITU U OBLIKU $Y = (CF_1(X) + F_2(X))^{1/(1-R)}$

.

31) LINEARNA DIF. JNA II REDA SA KONSTANTNIM KOEFICIJENTIMA – HOMOGENA I NEHOMOGENA. HOMOGENA SA KONSTANTNIM KOEFICIJENTIMA: $Y^{(N)} + A_1 Y^{(N-1)} + A_2 Y^{(N-2)} + \dots + A_N Y = 0$, K

$+ A_1 Y^{(N-1)} + A_2 Y^{(N-2)} + \dots + A_N Y = 0$, K

$+ A_1 Y^{(N-1)} + A_2 Y^{(N-2)} + \dots + A_N Y = 0$

$+ A_2 Y^{(N-2)} + \dots + A_N Y = 0$

$N - 2$

$+ \dots + A_N - 1 K + A_N = 0$ – KARAKTERISTIČNA JEDNAČINA. 1) KORENI REALNI I RAZLIČITI
 $Y = C_1 E$

$K_1 X$

$+ C_2 E$

$K_2 X$

$+ \dots + C_N E$

$K_N X$

– OPŠTE REŠENJE, 2) KOREN K_1 JE VIŠESTRUKOSTI P , DEO REŠENJA E

$K_1 X$

[
 $C_1 + C_2 X + \dots + C_P X^{P-1}$

$P - 1$

], 3) KOMPLEKSNI KORENI $A + iB$, $A - iB$, DEO REŠENJA E

$A X$

[
 C

$\cos B X + C$

$\sin B X$

]

·
 NEHOMOGENA

: Y

(N)

$+ A_1 Y$

$(N - 1)$

$+ \dots + A_N Y = F(X), F(X)$

1

0. REŠENJE NEHOMOGENE JE $Y = Y$

$O X$

– OPŠTE REŠENJE HOM. + Y

P

·
 PREPIŠI TABLICU ZA NEHOMOGENU.

32) METODA VARIJACIJE KONSTANATA. OPŠTA LINEARNA JNA DRUGOG REDA IMA OBLIK $Y'' + F(X) Y' + G(X) Y = H(X)$. I NEHOMOGENA JE JER JE $H(X) \neq 0$, AKO JESTE 0 ONDA JE HOMOGENA. OPŠTE RNJE PRETHODNE JNE JE $Y = D_1 Y_1 + D_2 Y_2 + Y_1 F_1 + Y_2 F_2$. OVA METODA ODREDJIVANJA OPŠTEG RNJA NEHOMOGENE JNE, KAD JE

POZNATO OPŠTE RNJE ODGOVARAJUĆE HOMOGENE JNE, NAZIVA SE (LAGRANŽEV) METODA VARIJACIJE KONSTANATA. OPŠTE RNJE

$Y = D_1 Y_1 + D_2 Y_2 + Y_1 F_1 + Y_2 F_2$ J – NE $Y'' + F(X) Y' + G(X) Y = H(X)$ IZRAŽENO KAO ZBIR OPŠTEG RNJA $C_1 Y_1 + C_2 Y_2$ JNE $Y'' + F(X) Y' + G(X) Y = 0$ I JEDNOG PARTIKULARNOG RNJA $Y_1 F_1 + Y_2 F_2$ J – NE $Y'' + F(X) Y' + G(X) Y = H(X)$.

33) VIŠESTRUKI INTEGRALI – OSNOVNI POJMOVI. ZBIR $\sum_{i=1}^n F(x_i, y_i)$ D SI, NAZIVA SE N – TA INTEGRALNA SUMA ZA FJU F U OBLASTI D, KOJA ODGOVARA DATOJ PODELI TE OBLASTI NA N PARCIJALNIH OBLASTI I DATOM IZBORU TAČAKA P_i ,

1
 $\sum$
 $\int$
 $\sum$
 N. GRANIČNA VREDNOST INTEGRALNE SUME

$\sum_{i=1}^n F(x_i, y_i)$
 D
 SI, KAD NAJVEĆI DIJAMETAR PARCIJALNIH OBLASTI TEŽI NULI, NAZIVA SE DVOJNI INTEGRAL FJE F U OBLASTI D I OZNAČAVA SE

$\iint_D$
 $\iint_D$
 D
 $F(x, y)$ DS. IZRAZ $F(x, y)$ DS NAZIVA SE PODINTEGRALNI IZRAZ, F JE PODINTEGRALNA FJA, D JE OBLAST INTEGRACIJE, A X I Y SU PROMENLJIVE INTEGRACIJE. OSOBINE DVOJNOG INTEGRALA: 1)

$\iint_D$
 $\iint_D$
 D
 $\sum_{i=1}^n$
 $\sum_{i=1}^n$

I FI (X,Y) DS =

å

I = 1,N

a

I

ò

ò

D

FI(X,Y) DS; 2)

ò

ò

D

F(X,Y) DS =

å

I = 1,N

ò

ò

DI

F(X,Y) DS, GDE JE D =

È

I = 1,N DI, A DI I DJ, J

1

I NEMAJU ZAJEDNIČKIH UNUTRAŠNJIH TAČAKA. INTEGRALI I =

ò

A

B

DX

ò

Y1

Y2

F(X,Y) DY =

ò

C

D

DY

ò

X1

X2

F(X,Y) DX, NAZIVAJU SE DVOSTRUKI INTEGRALI, A SAM POSTUPAK RAZDVAJANJA GRANICA INTEGRALA NAZIVA SE SVODJENJE DVOJNOG INTEGRALA NA DVOSTUKI.

INTEGRAL

ò

ò

D

F(X,Y) DS MOŽE SE IZRAČUNATI I PRELASKOM NA POLARNE KOORDINATE. FORMULA

ZA TREŽANSFORMISANJE DVOSTRUKOG INTEGRALA IZ DEKARTOVOG PRAVOUGLOG KOORDINATNOG SISTEMA U POLARNI GLASI : I =

$$\int_{\alpha}^{\beta} \int_{\gamma}^{\delta} F(X,Y) \, DX \, DY =$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} \int_{\gamma}^{\delta} F(R \cos$$

$$j, R \sin j) R \, DR \, D$$

. TROJNI INTEGRAL OBELEŽAVAMO I =

$$\int_{\alpha}^{\beta} \int_{\gamma}^{\delta} \int_{\epsilon}^{\zeta} F(X,Y,Z) \, DV. \text{ INTEGRAL } I =$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} \int_{\gamma}^{\delta} \int_{\epsilon}^{\zeta} F(X,Y,Z) \, DX$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} \int_{\gamma}^{\delta} \int_{\epsilon}^{\zeta} F(X,Y,Z) \, DY$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} \int_{\gamma}^{\delta} \int_{\epsilon}^{\zeta} F(X,Y,Z) \, DZ$$

F (X,Y,Z) DZ NAZIVA SE TROSTRUKI INTEGRAL.

34) OSNOVNI POJMOVI O REDOVIMA. NEKA JE (a_n) REALAN NIZ. IZRAZ OBLIKA $a_1+a_2+\dots+a_n+\dots=$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ NAZIVA SE NUMERIČKI RED. BROJEVI $a_1,a_2,\dots,a_n,\dots$ SU ČLANOVI REDA, A a_n JE OPŠTI ČLAN REDA. NIZ PARCIJALNIH ZBIROVA REDA $a_1+a_2+\dots+a_n+\dots=$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ NAZIVA SE $S_n = a_1+a_2+\dots+a_n$, ZA RED $a_1+a_2+\dots+a_n+\dots=$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ NAZIVA SE $S_n = a_1+a_2+\dots+a_n$, ZA RED $a_1+a_2+\dots+a_n+\dots=$

¥

AN KAŽEMO DA JE KONVERGENTAN AKO JE NIZ $S_N = A_1 + A_2 + \dots + A_N$ KONVERGENTAN.
U TOM SLUČAJU BROJ $\lim_{N \rightarrow \infty} S_N = S$, N

®

¥

NAZIVA SE ZBIR REDA $A_1 + A_2 + \dots + A_N + \dots =$

å

$N = 1,$

¥

AN I ZAPISUJE SE $S = A_1 + A_2 + \dots + A_N + \dots$ AKO NIZ $S_N = A_1 + A_2 + \dots + A_N$ NE
KONVERGIRA, ONDA RED $A_1 + A_2 + \dots + A_N + \dots =$

å

$N = 1,$

¥

AN DIVERGIRA. TEOREMA: AKO RED $A_1 + A_2 + \dots + A_N + \dots =$

å

$N = 1,$

¥

AN KONVERGIRA, ONDA KONVERGIRA I RED KOJI SE DOBIJA IZ REDA
 $A_1 + A_2 + \dots + A_N + \dots =$

å

$N = 1,$

¥

AN DODAVANJEM ILI ODUZIMANJEM PROIZVOLJNOG KONAČNOG BROJA ČLANOVA.
TEOREMA: AKO RED $A_1 + A_2 + \dots + A_N + \dots =$

å

$N = 1,$

¥

AN KONVERGIRA NJOGOV OPŠTEI ČLAN A_N TEŽI KA NULI. RED $A_1 + A_2 + \dots + A_N + \dots =$

å

$N = 1,$

¥

AN JE RED SA POZITIVNIM ČLANOVIM A ILI POZITIVAN RED AKO JE A_N

3

0, N

î

N. TEOREMA: AKO JE NIZ PARCIJALNIH ZBIROVA POZITIVNOG REDA OGRANIČEN
ODOZDO, ONDA JE TAJ RED KONVERGENTAN. ZA RED $A_1 + A_2 + \dots + A_N + \dots =$

å

$N = 1,$

¥

AN KAŽEMO DA JE APSOLUTNO KONVERGENTAN AKO JE RED

$\frac{1}{2}$

A1

$\frac{1}{2}$

$+$
 $\frac{1}{2}$
 A^2
 $\frac{1}{2}$
 $+ \dots +$
 $\frac{1}{2}$
 A^N
 $\frac{1}{2}$
 $+ \dots$ KONVERGENTAN. NEKA JE (U_n) NIZ FUNKCIJA, GDE JE U_n :

D
 $\mathbb{R}$
 $\mathbb{R}, D$
 $\mathbb{I}$
 R. IZRAZ OBLIKA $U_1(x) + U_2(x) + \dots + U_N(x) + \dots$ NAZIVA SE FUNKCIONALNI RED.
 FUNKCIONALNI RED OBLIKA A

0
 $+ A_1(x - x_0)$
 0
 $) + A_2(x - x_0)$
 0
 $)$
 2

$+ \dots + A_N$

N
 $(x - x_0)^N$

0
 $)$
 N

$+ \dots$, GDE SU $A_0, A_1, \dots, A_N, \dots \in \mathbb{R}$

0
 KONSTANTE, NAZIVA SE STEPENI RED. TRIGONOMETRIJSKI RED JE FUNKCIONALNI
 RED OBLIKA $\sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos nx$

0
 $+$
 $\sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin nx$
 $N = 1,$
 $\neq$
 $(A_N \cos Nx + B_N \sin Nx)$.