

**1.) LINEARNO PROGRAMIRANJE KAO DEO MATEMATICKOG PROGRAMIRANJA** - Naziv linearno naznacza da se promenljive velicine i parametri u matematickom modelu uređuju linearnim vezama. Resenje problema  $X=[x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n]$  ima fizicko znacenje elemenata nekog plana ili programa, pa otuda i naziv linearno programiranje. Problemi iz oblasti proizvodnje, organizacije transporta, upravljanja zalihama, organizacije obrazovanja, odnose se na minimizaciju troškova i maksimizaciju dobiti. Predstavljaju se matematickim modelom, a zatim resavaju metodom LP. Matematicki model se sastoji od ogranicenja:

$$\sum_{j=1, \dots, n} a_{ij}x_j \{<=, =, >= \} b_i,$$

$i=1, \dots, m$  i funkcije cilja:  $F(X)=$

$$\sum_{j=1, \dots, n} c_j x_j.$$

Resavanjem sistema dobija se oblast dopustivih resenja  $D$  u kojoj je potrebno odrediti optimalno resenje.

**2.) GRAFICKA METODA LP:** Resavanje problema LP grafickom metodom sastoji se u ispitivanju niza vrednosti funkcije kriterijuma u ekstremnim tackama oblasti dopustivih resenja. Graficka metoda se primenjuje na probleme LP sa 2 nepoznate. Matematicki model ima oblik:  $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \{<=, =, >= \} b_i, i=1, \dots, m$  ili u razvijenoj formi:  $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \geq b_1, a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2, a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \leq b_i, a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \geq b_m$

za:  $x_1, x_2 \geq 0$ . Ovaj system treba predstaviti graficki, u koordinatnom sistemu, a zatim za postavljenu f-ju cilja  $F(X)=c_1x_1+c_2x_2$  odrediti min. odn. max. vrednost. Graficki prikaz ogranicenja je oblast dopustivih resenja  $D$ , preko koje transkiram f-ju  $F(X)=0$  i na taj nacin odredjuje min. odn. max. f-je cilja. Resenje sistema je ono  $X^*=[x_1, x_2]$  za koje je  $F(X^*)=\max F(X)$  odn.  $F(X^*)=\min F(X)$ .

**3.) SIMPLEX METODA LP :** Simplex model problema LP tipa maksimuma je system nejednacina oblika:  $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m \leq b_1, a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m \leq b_2, a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m \leq b_n$ . Ovaj system nejednacina prevodimo u system jednacina uvodjenjem dopunskih promenljivih:  $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + x_{m+1} = b_1,$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + x_{m+2} = b_2, a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + x_{m+n} = b_n$ . Funkcija kriterijuma ima oblik:  $F(X)=$

$$\sum_{j=1, \dots, m} c_j x_j + 0(x_{m+1} + x_{m+2} + \dots + x_{m+n}).$$

Na osnovu ovakvog problema postavljamo nultu simplex tabelu:

**4.) DUALNI MODEL LP:** Na osnovu definisanog problema LP sa sintaksom maksimuma, koji oznacavamo kao primarni model ili primar sa f-jom kriterijuma:  $\max F(X) = \sum_{j=1, m} c_j x_j$  I sistemom ogranicenja:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m \leq b_2$$

$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m \leq b_n$  definisemo dualni model sa j-jom kriterijuma:  $\min F(Y) = \sum_{i=1, n} b_i y_i$  I sistemom ogranicenja:

$$a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \dots + a_{n1}y_n \geq c_1$$

$$a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \dots + a_{n2}y_n \geq c_2$$

$$a_{1m}y_1 + a_{2m}y_2 + \dots + a_{nm}y_n \geq c_m$$

Maksimum f-je primara  $F(X)$  jednak je minimumu f-je duala  $F(Y)$ . Dual duala je primar. Ako primar (dual) ima konacno optimalno resenje, onda I dual (primar) ima konacno optimalno resenje. Ako primar (dual) nema ograniceno optimalno resenje, onda I dual (primar) nema moguće resenje.

**5.) TRANSPORTNI PROBLEM:** Transportni problem LP je problem minimizacije ukupnih troškova transporta. U osnovnom problemu TP pretpostavka je da su poznati: a) količina resursa koje poseduju izvorista, b) količina resursa koja je potrebna odredistima, c) cena transporta po jedinici robe od odredjenog izvora do odredjenog odredista.

Potrebno je odrediti takvu strategiju transporta robe da sva odredista dobiju potrebne resurse, a da troškovi transporta pri tome budu minimalni. Sematski prikaz:

Na osnovu tabelarnog prikaza moze se oblikovati f-ja kriterijuma, npr. minimuma:

$$T(X) = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + \dots + C_{1j}X_{1j} + \dots + C_{1n}X_{1n} + \dots + C_{i1}X_{i1} + C_{i2}X_{i2} + \dots + C_{ij}X_{ij} + \dots + C_{in}X_{in} + \dots + C_{m1}X_{m1} + C_{m2}X_{m2} + \dots + C_{mj}X_{mj} + \dots + C_{mn}X_{mn} \rightarrow \min T(X).$$

**6.) METODE ZA ODREĐIVANJE POČETNOG BAZNO DOPUSTIVOG RESENJA TP** – Svaki zadatak zahteva postavku modela problema. Taj postupak obicno prethodi iteracijama. I pocetno resenje zahteva primenu postupaka odredjene metode. Sto je efikasnija metoda odredjivanja pocetnog bazno dopustivog resenja, utoliko je I kraci put do optimalnog resenja. Metode: a) dijagonalna metoda- bazicne promenljive rasporedjujemo duz dijagonale koja se krece od “severnog” polja (1,1), a završava u “zapadnom” polju (m,n), b) metoda minimalnih cena u redovima – postavljanje transporta izvodi se na mestu transportnog polja gde je uocena najmenja cena u prvom redu, c) metoda minimalnih cena u kolonama – u prvoj koloni postavljamo bazni element na polju najmanjeg troska. d) metoda minimalnih cena u matrici – po jednostavnosti slicna metodi minimalnih cena u kolonama, e) metoda Vogela – ovom metodom nalazi se bazicno resenje, najcesce suboptimalno, ili kod jednostavnijih sema transporta I optimalno.

**7.) METODE ZA ODREĐIVANJE OPTIMALNOG RESENJA TP:** Osnovna odlika ovih metoda je definisan kriterijum optimalnog resenja. Na osnovu ovog kriterijuma se verifikuje pocetno bazicno resenje, da li je najbolje ili se jos moze poboljsati do optimalnog. Nekada se moze javiti delemma u procesu odabira bazicnog transportnog polja I tada odluku donosimo na bazi konacnog pretrazivanja. Metode: Mo-Di metoda, metoda “s kamena na kamen”, metoda Forda I Fulkersona, metoda uslovno optimalnih planova.

Mo-Di metodu je razvio Dancing na osnovu metode simplex LP. Bazna polja su u tabeli predstavljena zaokruzenim vrednostima transporta i njihov broj je:  $r=m+n-1$ . Jednacine baznih cena formiraju se na osnovu formule:  $C_{ij}=u_i+v_j$ . Za nebazna polja transporta formiranje diferencijala se vrši formulom:  $D_{ij}=C_{ij}-u_i-v_j$ .

**8.) NELINEARNO PROGRAMIRANJE:** Aplikacija metoda NP zavisi od konkretnog slučaja problema koji podrazumeva: dimenziju, karakter, nelinearnosti matematičkog modela i sl. U tom smislu, razvijene su specijalne metode za resavanje modela f-ja i ogracenja sa: promenljivama kvadratnog oblika (kvadratno programiranje), sa celobrojnim vrednostima promenljivih (celobrojno programiranje) i sl. Kada su f-je  $F(X)$  i  $g(X)$  nelinearne,  $F(X)$   
 $=f(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$  ( $j=1, n$ );  
 $g(X)=g_i(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n) \{<=, =, >= \} 0$

( $i=1, m$ ), cilj resavanja zadatka je da se odredi najbolje resenje  $X^*$  za koje vazi:  $F(X^*)=\max F(X)$  odn.  
 $F(X^*)=\min F(X)$ .

Za resavanje  $\min F(X)$  odn.  $\max F(X)$  razvijene su i sledece metode: Langrazova metoda, gradijentna metoda, metoda na osnovu Kun-Takerovog kriterijuma, graficka metoda, metoda sekucih ravni, metoda NP sa linearnim ogracenjima, itd.

**9.) DINAMICKO PROGRAMIRANJE:** Belmanov princip optimalnosti: Ako se neki cvor nalazi na najkracem (najduzem) toku u mrezi, tada je i najkraci (najduzi) tok od tog cvora do cilja, tok sa optimalnim karakteristikama. Karakteristike modela DP: a) globalni problem se modelira tako sto se izvrši separacija problema na etape i u okviru svake etape uvode se promenljive potrebne za dalje odlucivanje, b) etapa se moze definisati kao uredjen skup stanja u vezi sa nekom fazom u procesu upravljanja. Destinacije jesu stanja u okviru odredjene etape, c) u svakoj etapi je transformacija tekuceg stanja u naredno povezana sa sledecom etapom. Svaki cvor odgovara jednom stanju, d) cvorovi u mrezi se sistematizuju po kolonama tako da te kolone simbolicko predstavljaju etape. Tok od posmatranog cvora se razvija ka narednom cvoru u sledecoj koloni, e) tekuce stanje entiteta treba da sadrzi sve informacije u kvantitativnom obliku o njegovom prethodnom ponasanju, f) optimalno upravljanje pocinje sa prvom ili poslednjom etapom. Konkretno za problem minimuma, rekursivna relacija je oblika:  $F^n(s)=\min\{f$

$s, x_n + F^{n+1}(x_n)$ .

**10. BELMANOV PRINCIP OPTIMALNOSTI** : PROBLEM OPTIMIZACIJE UPRAVLJANJA SVODI SE NA PRONALAZENJE OPTIMALNE STRATEGIJE, KOJA DAJE MAKSIMALNU ILI MINIMALNU VREDNOST FUNKCIJE KRITERIJUMA F. TO JE USTVARI SUSTINA JEDNOG GLEDANJA NA OPTIMALNO UPRAVLJANJE, A ONO IZRAZAVA I TZV. PRINCIP OPTIMALNOSTI, KOJI SE SASTOJI U TOME, DA SE NA SVAKOJ ETAPI KOD VISEETAPNIH PROCESA BIRA UPRAVLJANJE KOJE CE OMOGUCITI OPTIMALNO NASTAVLJANJE PROCESA U CELOJ NJEGOVOJ BUDUCNOSTI. OVAJ PRINCIP LEZI U OSNOVI METODE DP A POSTAVIO GA JE R. BELMAN.

**11. MREZNO PLANIRANJE I UPRAVLJANJE** : TEHNIKE MREZNOG PLANIRANJA (TMP) SU ZASNOVANE NA DOSTIGNUCIMA SAVREMENE MATEMATIKE. OVE METODE OMOGUCAVAJU PRECIZNO RAZDVAJANJE ANALIZE STRUKTURE OD ANALIZE VREMENA. METODE MREZNOG PLANIRANJA SU: CPM- METODA KRITICNOG PUTA (CRITICAL PATH METHOD); PERT- METODA OCENE I REVIZIJE PROGRAMA AKTIVNOSTI (PROGRAM EVOLUTION AND REVIEW TECHNIQUE); PDM- METODA "PRVENSTVA" (PRECEDENCE DIAGRAMMING METHOD). TRECA METODA PDM SE DANAS SVE INTENZIVNIJE PRIMENJUJE U UPRAVLJANJU PROJEKTIMA (PROJECT MANAGEMENT), ZBOG POGODNOSTI PRIMENE UZ RACUNARSKU PODRSKU. IPAK, VECINA RAZVIJENIH TEHNIKA MREZNOG PLANIRANJA SE ZASNIVA NA DVEMA OSNOVNIM KONCEPCIJAMA I TO: CPM I PERT- ONE ZA OSNOVU IMAJU STRUKTURU GRAFA SA STRELICASTIM LINIJAMA I CVOROVIMA, KOJI PREDSTAVLJAJU ORIJENTISANI GRAF AKTIVNOSTI I DOGADJAJA. OVAKAV KONCEPT MD POZNAT JE KAO ARROW DIAGRAM METHOD ILI METOD "STRELICASTIH DIJAGRAMA".

**12. ANALIZA STRUKTURE – MREZNI DIJAGRAM** : PODRAZUMEVA USPOSTAVLJANJE LOGICKOG REDOSLEDA I MEDJUSOBNIH ZAVISNOSTI POJEDENIH AKTIVNOSTI KOJE TREBA ZAVRSITI U TOKU TRAJANJA JEDNOG PROJEKTA. KAO ELEMENTI MREZNOG DIJAGRAMA JAVLJAJU SE: 1) AKTIVNOSTI- VREMENSKI

INTERVALI I 2) DOGADJAJI- VREMENSKI TRENUCI. TERMIN AKTIVNOSTI MOZE IMATI SLEDECE ZNACENJE: 1) STVARNI RADNI PROCES KOJI SE ODVIJA U VREMENU I ZAHTEVA UTROSAK NEKIH REZERVU; 2) OCEKIVANJE KOJE NE ZAHTEVA STVARNI RAD, ALI ZAHTEVA IZVEŠTAN UTROSAK VREMENA; 3) FIKTIVNI RAD KOJI NE ZAHTEVA NI UTROSAK VREMENA NI UTROSAK REZERVU, ALI UKAZUJE NA LOGICKU VEZU IZMEDJU DVEJU ILI VISE OPERACIJA- AKTIVNOSTI. TERMINOM DOGADJAJ OZNACEN JE TRENUTAK POCETKA ILI ZAVRSETKA JEDNE ILI VECEG BROJA AKTIVNOSTI, ILI CELOG PROJEKTA. DOGADJAJ NE TROSI VREME I SREDSTVA I ODIGRAVA SE TRENUTNO. KAD SE ODREDI VREMENSKI TERMIN ZBIVANJA DOGADJAJA, ON PREDSTAVLJA ROK. POCETNI DOGADJAJ OZNACAVA STANJE JEDNE ILI VECEG BROJA AKTIVNOSTI KOJE MOGU OTPOCETI SA REALIZACIJOM. OVAJ DOGADJAJ NEMA PRETHODNIKA. ZAVRSNI DOGADJAJ OZNACAVA STANJE U KOME SE NEKA AKTIVNOST ZAVRSAVA. OVAJ DOGADJAJ NEMA NAREDNIH AKTIVNOSTI. OSNOVNI ELEMENTI MD SU: AKTIVNOST NPR. A, ZATIM POCETNI I ZAVRSNI DOGADJAJ, KAO I PRETHODNE I NAREDNE AKTIVNOSTI U ODNOSU PREMA TEKUCOJ AKTIVNOSTI A. POSMATRANI DOGADJAJ OZNACAVA SE SA (I), A NAREDNI SA (J). AKTIVNOST KOJOM JE OBELEZEN POCETNI I ZAVRSNI DOGADJAJ OZNACAVA SE SA (I-J), ODNOSNO VREME REALIZACIJE AKTIVNOSTI SA T

IJ

. KOD OVOG OZNACAVANJA UVEK MORA VAZITI PRAVILO  $I < J$ . MREZNIM DIJAGRAMOM SE MOZA GRAFICKI PREDSTAVITI NEKI PROJEKAT. TOKOVI AKTIVNOSTI U MREZI NE MOGU BITI ZATVORENIH KONTURA, T.J. NE MOGU IMATI PUTEVE KOJI SPAJAJU BILO KOJI DOGADJAJ SA NJIM SAMIM. NIZ AKTIVNOSTI KOJE SE NADOVEZUJU JEDNA NA DRUGU JE PUT ILI TOK. PUT SA NAJDUZIM VREMENOM TRAJANJA JE KRITICNI PUT. ANALIZA STRUKTURE U TEHNICI MREZNOG PLANIRANJA SADRZI 3 NAJVAZNIJE ETAPE: 1) SASTAVLJANJE LISTE AKTIVNOSTI, 2) OBLIKOVANJE MD, 3) KONTROLA MD PROJEKTA. KAD SE ZAVRSI KONSTRUKCIJA MD VRSI SE NUMERISANJE DOGADJAJA U PROJEKTU. POSTOJE DVA NACINA: PROIZVOLJNA NUMERACIJA I NUMERACIJA PO RANGU.

**13. ANALIZA VREMENA PO METODI KRITICNOG PUTA CPM** : ANALIZA VREMENA SE MOZE IZVODITI ODVOJENO OD ANALIZE STRUKTURE MODELA MD. POSTOJE IZVESNE RAZLIKE ANALIZA VREMENA PO METODI PERT OD CPM, DOK IM JE ANALIZA STRUKTURE SLICNA. KOD PROCENE VREMENA PO PERT METODI OPERISUCI SA ELEMENTIMA VEROVATNOCE, UVODE SE TRI PROCENE VREMENA TRAJANJA (A,M,B). ANALIZA VREMENA PO CPM METODI POLAZI SAMO OD JEDNE PROCENE VREMENA TRAJANJA, ZA BILO KOJU AKTIVNOST (I-J) I OBELEZAVA SE SA T

IJ

(TO JE PROCENJENO ILI NORMIRANO VREMA). U METODI PERT OPERISE SE SA OCEKIVANIM (SREDNJIM) VREMENOM TRAJANJA AKTIVNOSTI, STO SE OZNACAVA SA  $T_e$

IJ

)

KOJE SE UPISUJE U MD ISPOD ILI IZNAD ODGOVARAJUCIH AKTIVNOSTI. ZATIM SE ODREDJUJU VREMENA ZBIVANJA POJEDINIH DOGADJAJA: VREME NAJRANIJEG I NAJKASNIJEG POCETKA (ZAVRSETKA) POJEDINIH AKTIVNOSTI U MREZI. NAJRANIJI POCETAK SE OZNACAVA NAJRANIJIM DOGADJAJEM T

(0)

I  
PO METODOLOGIJI CPM, I ONO JE ADEKVATNO NAJRANIJEM VREMENU ZBIVANJA I-TOG DOGADJAJA TE

I  
, S KOJIM SE OPERISE U ANALIZI VREMENA PO METODI PERT. NAJRANIJI ZAVRSETAK TZV. RANO VREME OZNACAVA SE SA T

(0)

J  
DOBIJA SE KAO T

(0)

J  
= T

(0)

J  
+T

IJ  
. AKO JE PLANIRANI ROK ZAVRSETKA PROJEKTA T

P  
ODREDJEN, I AKO JE T

N  
(0)

$\leq T$

P  
PROJEKAT CE BITI REALIZOVAN U PLANIRANOM ROKU.  
AKO JE

T

N  
(0)

$\leq T$

P  
NECE BITI ZAVRSEN U ODREDJENOM

ROKU. KOD ODREDJIVANJA NAJKASNIJEG POCETKA T

I  
(1)

I NAJKASNIJEG ZAVRSETKA T

J  
(1)

AKTIVNOSTI, POLAZI SE OD ZAVRSNOG DOGADJAJA PROJEKTA I IDE KA POCETNOM, I

OBICNO SE USVAJA DA JE T

N  
(1)

=T

P  
.KRITICAN PUT IMA NAJDUZE VREME TRAJANJA I SADRZI SAMO KRITICNE  
AKTIVNOSTI. AKTIVNOST JE KRITICNA AKO VAZE SLEDECE RELACIJE:

T  
(1)

J  
- T  
(0)

I  
-T

IJ  
=0 , ODNOSNO T  
(0)

J  
= T  
(1)

J  
. KOD ANALIZA VREMENA PO CPM METODI POSTOJI NEKOLIKO VRSTA VREMENSKIH  
REZERVEI: 1) UKUPNE VREM REZERVE

D  
U

IJ  
AKTIVNOSTI (I-J) ,

D  
U

IJ  
=T  
(1)

J  
- T  
(0)

I  
-T

IJ  
. ZA UKUPNE VR REZERVE UVEK JE ISPUNJEN

D  
U

IJ  
=T  
(1)

J

- T  
(0)

I  
-T

IJ  
2) SLOBODNE VREMENSKE REZERVE

D  
S

IJ  
AKTIVNOSTI (I-J),

D  
S

IJ  
=T  
(0)

J  
- T  
(0)

I  
-T

IJ  
. ZA SLOBODNE VR REZ UVEK VAZI USLOV

D  
S

IJ  
>=0.

3) NEZAVISNE VR REZERVE

D  
N

IJ

AKTIVNOSTI (I-J)

D  
N

IJ  
=T  
(0)

J  
- T  
(1)

I  
-T

IJ  
. ZA RAZLIKU OD

D  
U

IJ  
I  
D  
S  
IJ  
NEZAVISNA VR REZ MOZE DA BUDE I NEGATIVNA. AKO SE TO DOBIJE, UNOSI SE  
VREDNOST JEDNAKA NULI, PA SE ZATO UMESTO PRETHODNOG IZRAZA KORISTI

)  
D  
N  
IJ  
=MAX {0,T  
(0)

J  
- T  
(1)

I  
-T

IJ  
}. 4) USLOVNE ILI KRITICNE VR REZERVE )  
D

I  
DOGADJAJA I, DEFINISU SE IZRAZOM  
D

I  
= T  
(1)

I  
- T  
(0)

I  
. OVAJ PARAMETAR SE IZRACUNAVA ZA SVAKI DOGADJAJ. I OVDE VAZI  
D

I  
>=0, A AKO JE  
D

I  
=0 TAKAV DOGADJAJ JE NA KRITICNOM PUTU. NAJRANIJI POCECI AKTIVNOSTI SE  
UPISUJU U DONJI LEVI SEGMENT, A NAJKASNIJI U DONJI DESNI SEGMENT.

**14. ANALIZA VREMENA PO METODI PERT** : U OVOJ METODI SE UVODE POSTUPCI  
PROUCAVANJA U POGLEDU VEROVATNOCE REALIZACIJE POJEDINIH AKTIVNOSTI,  
ODNOSNO NJIHOVIH SUMA. PRI ODREDJIVANJU VREMENA TRAJANJA SVAKE

AKTIVNOSTI, ODREDJUJU SE TRI VREMENSKE VELICINE: 1) A

IJ

- OPTIMISTICKO VREME IZVRSENJA POJEDINIH AKTIVNOSTI (I-J) KAO NAJKRACE PREDVIDJENO VREME REALIZACIJE ODREDJENE AKTIVNOSTI. SMATRA SE DA JE MOGUCE ZAVRSITI DATU AKTIVNOST, ALI SA ZANEMARLJIVO MALOM VEROVATNOCOM. 2) M

IJ

– NAJVEROVATNIJE (MODALNO) VREME IZVRSENJA AKTIVNOSTI. U STATISTICKOM SMISLU TO JE VREME SA NAJVECOM FREKVENCIJOM POJAVLJIVANJA.

3) B

IJ

– PESIMISTICKO VREME JE NAJDUZI PROCENJENI INTERVAL IZVRSENJA ODREDJENE AKTIVNOSTI.

ONO POKAZUJE KOLIKO DUGO MOZE DA TRAJE JEDNA AKTIVNOST I DA S EKONACNO ZAVRSI. UVEK MORA BITI ZADOVOLJENA RELACIJA

A

IJ

$\leq M$

IJ

$\leq B$

IJ

. ZA VREMENSKU ANALIZU PO METODI PERT ZNACAJNI SU : TE

IJ

– OCEKIVANO VREME, I

S

2

IJ

- VARIJANSA VREMENA, ODNOSNO DEVIJACIJA

S

IJ

. TRAJANJE SVIH AKTIVNOSTI (I-J) ODGOVARA ZAKONU BETA RASPODELE. TRENUTAK ZAVRSETKA SUMARNIH AKTIVNOSTI (NPR. KRITICNOG PUTA) ODIGRAVA SE PO ZAKONU NORMALNE RASPODELE. POSTUPAK ODREDJIVANJA I NAJRANIJEG I NAJKASNIJEG VREMENA NASTUPANJA DOGADJAJA PO METODI PERT EKVIVALENTAN JE POSTUPKU ODREDJIVANJA NAJRANIJEG POCETKA I ZAVRSETKA, ODNOSNO NAJKASNIJEG POCETKA I ZAVRSETKA AKTIVNOSTI PO CPM METODI. RAZLIKA SE SASTOJI U TOME STO SE KOD PERT PRORACUNAVA SA OCEKIVANIM VREDNOSTIMA, A KOD CPM SA DETERMINISTICKIM VELICINAMA VREMENA POTREBNIM ZA PLANIRANJE. VREMENSKA REZERVA ODREDJENOG DOGADJAJA PREDSTAVLJA VREMENSKU RAZLIKU IZMEDJU OCEKIVANOG NAJKASNIJEG I NAJRANIJEG VREMENA NASTUPANJA POSMATRANOG DOGADJAJA. ONA MOZE BITI POZITIVNA ILI JEDNAKA NULI: POZITIVNA VREMENSKA REZERVA INICIRA MOGUCNOST ZAVRSETKA NEKE AKTIVNOSTI PRE PLANIRANOG ROKA. KADA JE JEDNAKA NULI- KAPACITETI SU PROCENJENI KAO ADEKVATNI, ALI ISTOVREMENO I KRITICNI. KRITICAN PUT

p

C

PREDSTAVLJA NIZ MEDJUSOBNO POVEZANIH AKTIVNOSTI, SUMARNO SA NAJDUZIM OCEKIVANIM VREMENOM TRAJANJA. ODGOVARAJUCI FAKTOR VEROVATNOCE Z MOZE SE IZRACUNATI KAO STANDARIZOVANA VREDNOST SUME AKTIVNOSTI NA KRITICNOM PUTU.

**15. MREZNA TEHNIKA PDM** : PDM (PRECEDENCE DIAGRAMMING METHOD) ILI PD METODA (METOD PRVENSTVA). KOD OVE METODE UOCAVA SE NEKOLIKO BITNIH KARAKTERISTIKA: 1) PRORACUN VREMENSKIH PARAMETARA PROJEKTA KOD PDM VEZAN JE ZA AKTIVNOSTI, A NE ZA DOGADJAJE. CVOROV I U MREZI PREDSTAVLJAJU DEFINISANE AKTIVNOSTI. PD METOD KORISTI ZA BAZU AON TEHNIKU (ACTIVITY ON THE NODE), ODNOSNO TEHNIKU "AKTIVNOST NA CVORU", ZA RAZLIKU OD ADM TEHNIKE (ARROW DIAGRAM METHOD) , TJ. "AKTIVNOST NA STRELICI" KOJOM JE TOPOLOSKI STRUKTURIRAN CPM, ODNOSNO PERT MODEL. KOD PDM, AKTIVNOSTI SE OZNACAVAJU NAJCESCE U PRAVOUGAONICIMA (CVOROVIMA), ZA RAZLIKU OD CPM, GDE SU AKTIVNOSTI PREDSTAVLJANE LINIJAMA SA STRELICAMA. 2) NE POSTOJE SPECIJALNA PRAVILA ZA KONSTRUKCIJU ORIJENTISANOG GRAFA PDM, JER SE AKTIVNOSTI SPAJAJU LINIJAMA I STRELICAMA DIREKTNO. POCETAK I/ILI ZAVRSETAK MREZNOG PLANA MOZE BITI IZRAZEN SA JEDNIM ILI VECIM BROJEM AKTIVNOSTI. 3) U MREZI NEMA FIKTIVNIH AKTIVNOSTI. 4) PREKLAPAJUCE AKTIVNOSTI I AKTIVNOSTI SA POMAKOM SE JEDNOSTAVNO PRIKAZUJU U MREZNOM DIJAGRAMU. 5) FORMULISUCI JOS TRI DODATNA TIP VEZE-AON TEHNIKOM, OMOGUCAVA SE POBOLJSANJE PERFORMANSE PDM, TAKO DA SE ONA SADA ODLIKUJE SA UKUPNO 4 TIP VEZA: KRAJ NA POCETAK (FINISH TO START), POCETAK NA POCETAK (START TO START), KRAJ NA KRAJ (FINISH TO FINISH), POCETAK NA KRAJ (START TO FINISH). PD TEHNIKA, I PORED NIZA PREDNOSTI, IMA ZNACAJAN NEDOSTATAK U SLUCAJU KADA VECI BROJ AKTIVNOSTI TREBA NEZAVISNO POVEZATI SA VISE NAREDNIH AKTIVNOSTI.

**16. HERUISTICKO PROGRAMIRANJE**: PROBLEMI KOJI SE MOGU KOMPLETNO I NA ZADOVOLJAVAJUCI NACIN MATEMATICKI MODELIRATI, U PRINCIPU PRIPADAJU JEDNOJ OD DVE GRUPE: 1) STABILNO STRUKTURIRANI UPRAVLJACKI PROBLEMI- IZBOROM ODGOVARAJUCE METODE I PRAVILNOM PRIMENOM ALGORITAMA METODE MOZE SE U OVIM SLUCAJEVIMA DOCI DO RESENJA KOJE NAJBOLJE ZADOVOLJAVA KRITERIJUMSKE ZAHTEVE. U REALNOM OKRUZENJU, MNOGO SIRU KLASU OBUHVATAJU TZV. 2) SLABIJE STRUKTURIRANI UPRAVLJACKI PROBLEMI- ONI SE TEZE MOGU FORMALIZOVATI, ILI SE TO MOZE IZVESTI SAMO DELIMICNO. ONEMOGUCENO JE KOREKTNO OBLIKOVANJE MATEMATICKOG MODELA PROBLEMA, TJ. NIJE MOGUCE STRUKTURIRATI EFIKASAN ALGORITAM U CILJU DOBIJANJA OPTIMALNOG RESENJA. ISTRAZIVANJE DOVODI DO IZVESNIH ALI NEKOMPLETNIH ZNANJA O FENOMENU KOJI SE ISTRAZUJE (RESAVA). TAKVI REZULTATI NISU NAJBOLJI, ILI AKO JESU, NEMAMO KRITERIJUMSKOG DOKAZA ZA TO, PA SU STRATEGIJE MANJE ILI VISE HERUISTICKI

EFIKASNE. AKO ANALIZIRANI PROBLEM NE ISPUNJAVA JEDAN (ILI VISE) OD 4 OSNOVNA USLOVA TADA ON PRIPADA GRUPI NEDOVOLJNO STRUKTURIRANIH UPRAVLJACKIH PROBLEMA. USLOVI SE ODNOSU NA SLEDECE: 1) PRECIZNA FORMULACIJA MAT. PROBLEMA U SMISLU: UOCENE SU I DEFINISANE SVE KARAKTERISTIKE PARAMETARA I PROMENLJIVIH I POSTAVLJENE SU RELACIJE IZMEDJU NJIH I NJIHOVIH KARAKTERISTIKA. 2) CILJEVI KOJE TREBA OSTVARITI MOGU SE SPECIFICIRATI U VIDU PRECIZNE I SVEOBUHvatNO DEFINISANE FUNKCIJE KRITERIJUMA. 3) UZETA SU U OBZIR I DEFINISANA SVA OGRANICENJA KOJA UTICU NA ODREDJIVANJE NAJBOLJE VREDNOSTI FUNKCIJE CILJA. 4) POSTOJE ALGORITMI KOJIMA SE OMOGUCAVA ODREDJIVANJE OPTIMALNOG RESENJA. KOD HERUISTICKOG PROGRAMIRANJA OMOGUCAVA SE REDUKCIJA POSTUPAKA DO DOBIJANJA VARIJANTI RESENJA NA RACIONALNOM NIVOU. SAMO RESENJE PROBLEMA HP ZAVISI OD NACINA NJEGOVE FORMALIZACIJE. HP JE SKUP ANALITICKIH I NUMERICKIH POSTUPAKA PROTkan LOGICKIM REZONOVANJEM. POJAM HERUISTIKE UKLJUCUJE U SEBI POSTUPKE "POKUSAJA I GRESKE". KOD HERUISTIKE: PROCENA, SUBJEKTIVNA KOMPONENTA I UREDJEN SKUP RAZLICITIH PRAVILA IGRAJU KLJUCNU ULOGU.